

UNIVERSITY OF TUZLA



UNIVERZITET U TUZLI

UNIVERZITET U TUZLI
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

ODSJEK: MATEMATIKA

II CIKLUS STUDIJA

STUDIJSKI PROGRAM: EDUKACIJA U MATEMATICI

U primjeni od akademske: 2012.-13.g.

Univerzitetska 4, Tuzla
Tel: 035 320 860
Faks: 035 320 861
www.pmf.untz.ba

Opći dio

1. Akademska titula, odnosno stručno zvanje koje se stiče završetkom stepena II ciklusa studija

Završetkom stepena II ciklusa studija student stiče akademsku titulu, odnosno stručno zvanje: **Magistar Edukacije u matematici**.

2. Pravo upisa na studijski program II ciklusa studija imaju sva lica koja su završila I ciklus studija matematike ili dvopredmetni studij na kojem je matematika jedan od predmeta (npr. Matematika i fizika, matematika i informatika i sl.) i u istom ostvarili ukupno 240 ECTS.

3. Naziv studijskog programa je **Edukacija u matematici**. Ciljevi studija su produbljivanje znanja studenata iz matematike, posebno iz oblasti kombinatorike, algebre, geometrije, matematičke analize i primjene matematičkih softwera u nastavi matematike, te metodike nastave matematike, sve u cilju njihovog osposobljavanja za efikasniji rad u nastavi matematike u osnovnim i srednjim školama.

4. Drugi ciklus studija traje dva (2) semestra, tj. ukupno jednu (1) akademsku godinu. Broj ECTS koji se ostvaruje uspješnim završetkom studija je 60 ECTS.

5. Kompetencije i vještine koje se stiču diplomom

Savremeni pristup nastavi matematike, koji podrazumijeva upotrebu raznih softvera, kao i primjenu znanja iz raznih oblasti matematike, zahtijeva kvalitetno obrazovane kadrove, osposobljene da na multidisciplinarni način sagledavaju probleme u nastavi matematike u osnovnim i srednjim školama i iznalaze najbolja rješenja. Po završetku II ciklusa studija, master matematike iz oblasti edukacije u matematici stiče sveobuhvatno znanje iz bazne matematike i metodike nastave matematike, kombinirano sa širokim spektrom znanja iz mnogostrukih primjena matematičkih softwera, te će uspješno moći odgovoriti u svim mogućim situacijama u radu s učenicima različitog nivoa znanja, uključujući i rad s posebno nadarenim učenicima, ali i rad s učenicima s posebnim potrebama. Također, on će biti osposobljen za nastavak akademskog rada i upisivanje doktorskog studija u oblasti edukacije u matematici.

6. Uslov prelaska sa drugih studijskih programa je završen dodiplomski studij u četverogodišnjem trajanju-prvi ciklus studija sa ostvarenih 240 ECTS iz oblasti srodne matematice. Srodni studijski programi su teorijska fizika, računarstvo itd.

7. Lista nastavnih predmeta i broj sati potreban za njihovu realizaciju, te pripadajući broj ECTS bodova su dati u tabeli:

Naziv predmeta	Semestar	P	AV	LV	ECTS
Odabrana poglavlja algebre i geometrije	I	4	0	0	8
Odabrana poglavlja matematičke analize	I	4	0	0	8
Savremene metode u nastavi matematike	I	4	0	0	7
Izborni predmet I	I	4	0	0	7
Zbir:		16	0	0	30
Kombinatorika	II	4	0	0	5
Izborni predmet II	II	4	0	0	5
Završni (Master) rad	II				20
Zbir:		8	0	0	30

Izborni predmet I		Izborni predmet II	
Matematički modeli u fizici	Dinamički sistemi	Matematički softveri u nastavi matematike	Numeričko rješavanje diferencijalnih jednačija

- 8.** Uslov za upis u slijedeći semestar je pohađanje nastave na 80% svih sati održanih u semestru, što se potvrđuje potpisom predmetnog nastavnika. Studij se završava izradom završnog (master) rada i njegovom odbranom. Ta aktivnost je vrednovana sa 20 ECTS boda.
- 9.** Način izvođenja studija: studij se izvodi kombinacijom redovnog studija, vanrednog studija i učenja na daljinu.

Opis programa

ODABRANA POGLAVLJA ALGEBRE I GEOMETRIJE

(4+0+0) (8 ECTS)

Cilj:

Cilj predmeta je da se studenti upoznaju i ovladaju teorijom jednažbi (kroz teoriju Galois), te pojmom inverzije i njene primjene u rješavanju raznih problema, posebno konstruktivnih (samo pomoću šestara ili samo pomoći linijara), kao i osnovnim pojmovima diferencijalne geometrije na mnogostrukostima.

Programski sadržaj:

Algebra

Rješivost grupa; Algebarske jednažbe: Polje; Proširenja polja; Konačna proširenja; Algebarska proširenja; Normalna proširenja; Separabilna proširenja.

Galoisova grupa polja: Galoisova grupa algebarske jednažbe; Galoisova rezolventa; Rješavanje kvadratne jednažbe; Rješavanje algebarske jednažbe trećeg stepena; Rješavanje jednažbe četvrtog stepena; Jednažba petog stepena; Rješivost algebarskih jednažbi pomoću radikala.

Geometrija

Uvodna razmatranja i smisao konstruktivnih zadataka. Tri čuvena grčka konstruktivna zadatka. Primarni i osnovni konstruktivni zadaci u ravni. Definicija i osobine inverzije. Geometrijska definicija inverzije i teoremi o inverziji. Veza inverzije i homotetije. Primjena inverzije na rješavanje konstruktivnih zadataka. Primjena inverzije na rješavanje problemskih zadataka. Konstrukcije samo šestarom i konstrukcije samo linijarom. Elementi Riemannove geometrije (mногоstrukosti, konekcije, kovarijantni izvod, Lie grupe i Lie algebre, tenzori).

Literatura:

- H. Jamak: *Algebra*, Sezam, Sarajevo, 2004.
- V. Perić: *Algebra II*, Svjetlost, Sarajevo, 1989.
- D.S. Malik, J.N. Mordeson, M.K.Sen: *Fundamentals of Abstract Algebra*, Mc Graw-Hill, Boston, 1997.
- M. Malenica, L. Smajlović: “*Potencija tačke u odnosu na kružnicu; Inverzija i primjena*”, Univerzitetska knjiga, Bemust, Sarajevo, 2007.
- M. Malenica: “*O osnovnim konstruktivnim zadacima u ravni i prostoru*”, Svjetlost, Sarajevo, 1988.
- M. Spivak, “*A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*”, Publish or Parish, 1979 Berkeley.
- D. J. Struik, “*Lecturers on Classical Differential Geometry*”, Dover, New York 1988.

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit

ODABRANA POGLAVLJA MATEMATIČKE ANALIZE

(4+0+0) (8 ECTS)

Cilj:

Cilj predmeta je da se studenti upoznaju i ovladaju elementima Fourierove analize, te da se upoznaju sa bitnim specijalnim funkcijama u matematici i njihovoj primjeni.

Programski sadržaj:

Elementi Fourierove analize

Fourierovi koeficijenti; Besselova nejednakost; Riesz-Fischerov teorem; Parsevalova jednakost; Mercerov teorem; Jednostavni teoremi konvergencije; Fourierova transformacija; Formula inverzije; Konvolucija funkcija; Fourierovi redovi neprekidnih funkcija; Fejerovo jezgro i Cesaro sumabilnost; Poissonovo jezgro; Veza s kompleksnom analizom; Teorem F. i M Riesz; Jezgra na \mathbf{R} ; Poissonova sumaciona formula. Fourierova transformacija na $L^2(\mathbf{R})$; Teorem Plancherela.

Specijalne funkcije

Beskonačni proizvodi. Gama i Beta funkcije. Legendreovi polinomi. Besselove funkcije. Laguerreovi polinomi. Hermiteovi polinomi. Polinomi Chebisheva. Primjena diferentnih jednadžbi drugog reda.

Literatura:

- Y. Katznelson, *An introduction to harmonic analysis*, 3rd ed., Cambridge University Press, 2004.
- E. M. Stein and R. Shakarchi, *Fourier analysis. An introduction*, Princeton University Press, 2003.
- S. Kalabušić i M. Malenica, *Specijalne funkcije – Teorija i zadaci*, Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Sarajevu, 2010.
- S. Elaydi, *An Introduction to Difference Equations – Third Edition*, Springer, New York, 2005.
- G.E. Andrews, R. Askey and R. Roy, *Special Functions*, Cambridge University Press, 2000.

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit

SAVREMENE METODE U NASTAVI MATEMATIKE

(4+0+0) (7 ECTS)

Cilj:

Cilj kursa je osposobiti studente za uspješno izvođenje različitih oblika nastave matematike: dopunske, dodatne, rad s nadarenim i sl. Posebna bi se pažnja posvetila tzv. diferenciranom obliku izvođenja nastave. Cilj je i da studenti ovladaju vještinama kvalitetnog pristupa rješavanju matematičkog zadatka, te posebno pripremi za provjeravanje znanja učenika, kao i njihovom vrjednovanju i ocjenjivanju.

Programski sadržaj:

Kako riješiti matematički zadatak (postavka zadatka, analiza, konstrukcija matematičkog modela, faze u rješavanju zadatka, rješavanje zadatka, diskusija, provjera rezultata).

Rad s nadarenim učenicima (elementarna geometrija, inverzija, trigonometrija, nejednakosti, jednadžbe, nejednadžbe, teorija brojeva, kombinatorni problemi, matematička indukcija, skupovi).

Rad u okviru dodatne nastave matematike. Rad u okviru dopunske nastave matematike. Rad s djecom s posebnim potrebama (inkluzija). Diferencirani oblik izvođenja nastave matematike. Grupni oblik rada u nastavi matematike.

Vrjednovanje i ocjenjivanje učenika (dokimologija) u nastavi matematike. Testovi. Kontrolni radovi. Pismene zadaće. Praktični radovi. Seminarski radovi učenika. Ocjenjivanje zadataka na takmičenjima.

Literatura:

- G. Polia, *Kako riješiti matematički zadatak* (prevod s engleskog), Školska knjiga, Zagreb, 1966.
- Š. Arslanagić, *Metodička zbirka zadataka sa osnovama teorije iz elementarne matematike*, Grafičar promet, Sarajevo, 2006.
- Š. Arslanagić, *Matematika za nadarene*, Bosanska riječ, Sarajevo, 2004.
- T. Grgin, *Školska dokimologija – procjenjivanje i mjerenje znanja* (2. izdanje), Naklada Slap d.o.o., Jastrebarsko, 1994.
- T. Grgin, *Školsko ocjenjivanje znanja*, Naklada Slap d.o.o., Jastrebarsko, 2001.
- M. Nurkanović, *Ocjenjivanje u nastavi matematike*, Seminar za nastavnike i profesore matematike Tuzlanskog kantona, 17-18. januar 2008.

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit.

MATEMATIČKI MODELI U FIZICI

(4+0+0) (7 ECTS)

Cilj:

Da studenti po završetku kursa imaju jedan jasan pregled moćne aparature matematike u modernoj fizici, sa posebnim osvrtima na popularne grane fizike, prvenstveno elektromagnetizam i teoriju relativnosti. Po uspješnom završetku kursa studenti će biti u mogućnosti pristupiti ozbiljnom proučavanju moderne fizike sa matematičkog stanovišta.

Programski sadržaj:

Vektorski račun, vektori u tački, Newtonov univerzalni zakon gravitacije, elektrostatičko odbijanje, Lorentzov zakon sile, mali rad sa malim pomjeranjem, Einsteinova suma notacija, Kronecker delta i Levi Civita simbol, vektorska polja na R^n , okviri, sferične koordinate i njihov okvir, cilindrične koordinate i njihov okvir, diferencijalni račun na vektorskim poljima u R^n , gradijent, rotor i divergencija, linijski integrali, površinski integrali i primjena Stokesove i Gaussove teoreme, Maxwellove jednačine, osnove elektrizma i magnetizma, Gaussov zakon, Faradayev zakon, Ampereov zakon, Maxwellov korekcionni faktor, potencijali elektromagnetizma, Euklidska struktura i Newtonovi zakoni, Euklidska geometrija, neinercijalni okviri. Specijalna relativnost, Maxwellove jednačine nasuprot Galilejeve relativnosti, Einsteinovi postulati, Lorentzove transformacije, Minkowski metrika, opće Lorentzove transformacije, translacije i Poincareova grupa, vektori u Minkowski prostoru, relativistička mehanika, energija, Lie grupe i Lie algebre, tenzori i forme na vektorskim prostorima, vanjska algebra formi, diferencijalne forme, integracija formi na R^n .

Literatura:

1. Applied differential geometry, William L Burke, Cambridge University Press, 1985.
2. Geometry, topology and physics, Second ed., Nakahara M, Taylor & Francis, 2003.
3. Mathematical Models in Physics: Relativistic Electrodynamics and Differential Forms, James Cook, Department of Mathematics at NCSU 2009.

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit

DINAMIČKI SISTEMI

(4+0+0) (7 ECTS)

Cilj:

Cilj predmeta je da se studenti upoznaju i ovladaju diskretnim dinamiškim sistemima i diferentnim jednađbama u općenitom smislu. Nakon upoznavanja studenata s metodama rješavanja, te s teorijom stabilnosti i nelinearnom teorijom, cilj je upoznati studente i s konkretnim primjenama diferentnih jednađbi u različitim oblastima nauke i tehnike, posebno s principom kompetitivnosti.

Programski sadržaj:

Kontinualni dinamički sistemi i teorija stabilnosti diferencijalnih jednađbi (funkcije Lyapunova) s primjenama u ekonomiji i matematičkoj biologiji.

Diskretni dinamički sistemi:

Uvod i linearna teorija: Motivacija i primjeri diferentnih jednađbi. Linearne diferentne jednađbe i sistemi. Metodi rješavanja linearnih diferentnih jednađbi i sistema. Definicije stabilnosti.

Nelinearna teorija: Metodi rješavanja nekih nelinearnih diferentnih jednađbi. Riccati-jeva diferentna jednađba. Stabilnost. Periodička rješenja. Linearizirana stabilnost. Schur-Cohn-ovi uvjeti stabilnosti. Stabilna i nestabilna mnogostrukost. Globalna atraktivnost. Bifurkacije i bifurkacioni dijagrami. Lyapunov-ljevi eksponenti i brojevi. Haos u slučaju diferentnih jednađbi prvog reda. Haos u slučaju diferentnih jednađbi višeg reda. Invarijante i Lyapunov-ljeve funkcije.

Primjene: Primjene u inžinjerstvu – analiza signala. Primjene u modeliranju bioloških i ekonomskih sistema. Kompetitivni i kooperativni sistemi drugog reda. Princip kompetitivne koegzistencije. Princip kompetitivne isključivosti.

Literatura:

- M.R.S. Kulenović and G. Ladas, *Dynamics of Second Order Rational Difference Equations with Open Problems and Conjectures*, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, London, 2001.
- M.R.S. Kulenović and O. Merino, *Discrete Dynamical systems and Difference Equations with Mathematica*, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, London, 2002.
- M.Nurkanović, *Diferentne jednađbe – Teorija i primjene*, Univerzitetski udžbenik, Denfas, Tuzla, 2008.
- S. Elaydi, *Discrete Chaos*, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, London / San Diego, 2001.
- S. Elaydi, *An Introduction to Difference Equations*, Springer, New York / Berlin / Barcelona / London, 1999.
- A. Keley and A. Peterson, *Difference Equations: An Introduction with Applications (2nd Edition)* Harcourt/Academic Press, London, 2000.

- V.L. Kocic and G. Ladas, *Global Behavior of Nonlinear Difference Equations of Higher Order with Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston /London, 1993.

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit

KOMBINATORIKA

(4 + 0 + 0) (5 ECTS)

Cilj:

Upoznati studente s bitnim rezultatima iz oblasti kombinatorike (budući da je to oblast matematike koja je obavezno zastupljena na svim nivoima matematičkih takmičenja, a rezultati s tih takmičenja pokazuju nizak stepen poznavanja ove tematike). Osposobiti studente da mogu efikasno primjenjivati stečena znanja u nastavi matematike, posebno u radu s nadarenim učenicima.

Programski sadržaj:

Varijacije, permutacije i kombinacije: Varijacija. Varijacija bez ponavljanja. Permutacija. Kombinacija. Varijacija datog tipa. Kombinacija sa ponavljenjem. Jedan geometrijski metod prebrojavanja varijacija. Dokazivanje identiteta kombinatornim putem.

Binomna i polinomna formula: Binomna formula. Svojstva binomnih koeficijenata. Polinomna formula. Svojstva polinomnih koeficijenata.

Metod uključivanja i isključivanja: Formula uključivanja i isključivanja. Specijalni slučaj. Općenita formula uključivanja i isključivanja.

Problem razbijanja: Razbijanje broja. Uređeno razbijanje broja. Grafičko predstavljanje razbijanja. Razbijanje skupa.

Bernsajdova lema: Uvodne napomene. O permutacijama. Grupa permutacija. Bernsajdova lema.

Generirajuće funkcije: Definicija i primjeri. Operacije sa generirajućim funkcijama. Primjeri primjene generirajućih funkcija. Eksponencijalne generirajuće funkcije.

Teoremi o egzistenciji kombinatornih konfiguracija: Magični kvadrati. Latinski kvadrati. Matematičke igre. O grafovima. Sistemi različitih predstavnika. Dirihleov princip. Ramzejev teorem. Erouov teorem.

Sistemi različitih predstavnika: Holov teorem. Minmax teorema. Neke primjene.

Blok – dizajni i kodovi: Blok – dizajni. Matrice Adamara. Osnovni pojmovi teorije kodova. Granica Plotkina. Kodovi Adamara. Teorem Levenštajna. Latinski kvadrati i kodovi. Savršeni kodovi.

Literatura:

- M. Hall, *Combinatorial Theory*, Blaisdel, Waltham, 1976.
- D. Veljan, *Kombinatorika s teorijom grafova*, Školska knjiga, Zagreb, 1989.
- P. Mladenović, *Kombinatorika (materijal za mlade matematičare)*, Društvo matematičara Srbije, Beograd, 2001.
- R. Tošić, *Kombinatorika*, Univerzitet u Novom Sadu – Prirodno-matematički fakultet u Novom sadu, Novi Sad, 1999.
- M. Aigner, *Combinatorial Theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1979.

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit

MATEMATIČKI SOFTVERI U NASTAVI MATEMATIKE (4+0 +0) (5 ECTS)

Cilj:

Cilj kursa je prvenstveno upoznavanje različitih softwera (Cabri Geometry, Logos, GeoNext, Math Logic, Geogebra) orijentisanih ka raznim oblastima matematike i njihova implementacija u učenju i samo-učenju matematike. Razvijanje motiviranosti i kreativnosti studenta da raznim alatima, prije svega softwareima, vrši uticaj na nastavni proces iz matematike u cilju boljeg prihvatanja i razumijevanja programskih sadržaja matematike.

Programski sadržaj:

Prezentacija. Načini i alati izlaganja. Dizajn prezentacije. PowerPoint. Excel. Korištenje Excela kao naprednog kalkulatora. Windows Movie Maker.

Tekst procesori. Vrste tekst procesora. Word. Latex. Struktura teksta i jezik. Prekid linije i prekid stranice. Specijalni znakovi i simboli. Zaglavlje. Futnote. Reference. Okruženja. Matematički tekst. Indeksacija. Nove komande i okruženja. Paketi. Fontovi. Izgled stranice. 2D grafika. 3D grafika. Pctricks paket. Pgf paket. Paketi za prezentacije u Latexu . Scientific Work Place.

Matematički programski paketi. Programski paket "Mathematica 5.0". Numerička izračunavanja. Simbolika. Naredbe. Funkcije. Ulaz-izlaz podataka. Rad sa Notebookom. Matematičke funkcije. Algebra u "Mathematica 5.0". Geometrija u "Mathematica 5.0". Grafika u "Mathematica 5.0". Animacija u "Mathematica 5.0". Programski paket "Cabry geometria". Programski paket "Geonext". Programski paket "Geogebra".

Internet. Pretraživanja. Alati za pretraživanje i kreiranje Web stranica. FrontPage. «Mathematica 5.0» kao server.

Literatura:

- S. Wolfram, *The Mathematica Book*, Wolfram Media, Cambridge University Press, 2003.
- T.Oetiker, H. Partl, I Hyna, E Schlegl, *Not so short introduction to Latex*, 2005..
- *Microsoft Office Xp: Advanced Concepts and Techniques : Word 2002, Excel 2002, Access 2002, Powerpoint 2002* by Gary B. Shelly.
- *Mastering and Using Microsoft Excel 2000 Advanced Course* by H. Albert Napier
- PSTricks; *Grafik mit PostScript für TeX und LaTeX*, Voß, Herbert.

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit

NUMERIČKO RJEŠAVANJE DIFERENCIJALNIH JEDNAŽBI (4+0 +0) (5 ECTS)

Cilj:

Savladati osnovne metode za približno rješavanje diferencijalnih jednačina(običnih i parcijalnih). Osim toga studenti treba da savladaju i minimum upotrebe računara u korištenju odrađenih metoda numeričke matematike u linearnoj algebri.

Programski sadržaj:

Numeričko rješavanje običnih diferencijalnih jednačina

Postavka problema. Problem sa početnim vrijednostima: Taylorova metoda, metoda Runge-Kutta, metoda numeričkog integriranja, Adamsove interpolacione metode, prediktor-korektor metode. Poredjenje i stabilnost numeričkih metoda. Rješavanje sistema dif. jednačina.

Problem sa rubnim uslovom: metoda gadjanja, metoda konačnih razlika

Numeričko rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina

Postavka rubnog problema. Metoda konačnih razlika. Rješavanje jednačina matematičke fizike: jednačina provodjenja toplote (parabolički tip), Laplace-ova jednačina (eliptički tip), talasna jednačina (hiperbolički tip).

Literatura:

- *A. Zolić, Numerička matematika, Matematički fakultet, Beograd, 2008.g.*
- *R. Scitovski, Numerička matematika, Sveučiliste u Osijeku, 1999.*

Način polaganja ispita: Seminarski rad + Usmeni ispit