

Euler-Lagrangeovi sistemi parcijalnih diferencijalnih jednačina u teorijama gravitacije

Vedad Pašić
Prirodno-matematički fakultet
Univerzitet u Tuzli

Tuzla, 10. novembar 2023.

Euler-Lagrangeovi sistemi parcijalnih diferencijalnih jednačina u teorijama gravitacije

- Projekt iz fundamentalnih nauka
- Nastavak zajedničkog naučnoistraživačkog rada sa Dr Sc. Elvisom Barakovićem uz uključenje mladih istraživača
- Mladi istraživači Ajša Hrustić i Amir Gvozden
- nastavak suradnje sa profesorom Dmitrijem Vassilievom sa University College London
- Suradnja sa profesorom Mahirom Hadžićem
- Glavni dio finansiranja odnosi se na ovu suradnju

Predmet istraživanja

- Euler-Lagrangeov sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina
- traženja novih rješenja u teorijama gravitacije
- Metrički-afina gravitacija je prirodna generalizacija Einsteinove generalne relativnosti
- Fokus našeg rada bi bio kvadratna metrički afina gravitacija, gdje je akcija

$$S := \int q(R) \quad (1)$$

Predmet istraživanja

- Nezavisna varijacija (1) u odnosu na metriku g i konekciju Γ proizvodi **sistem Euler–Lagrangeovih jednačina** koje ćemo zapisati simbolično kao

$$\partial S / \partial g = 0, \quad (2)$$

$$\partial S / \partial \Gamma = 0. \quad (3)$$

- Glavni dio istraživanja bi bio analiza sistema jednačina (2) i (3) Ovo je sistem $10+64$ realnih nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina sa $10+64$ realnih nepoznatih.
- Izabравši čisto kvadratni krivinski Lagranžijan, želimo opisati fenomene čija je karakteristična talasna dužina dovoljno mala a čija je krivina dovoljno velika.
- Rješavanje sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina kao i davanje fizikalnih interpretacija dobijenih rješenja predstavlja jedan od glavnih izazova ove teorije.

Ciljevi i metodologija istraživanja

Glavni ciljevi istraživanja su:

- Analizirati Euler-Lagrangeov sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina u metrički afinoj gravitaciji.
- Dati pregled već poznatih rješenja.
- Konstrukcija novih rješenja ovog sistema.
- Dati fizikalnu interpretaciju novih rješenja.
- Usporedba novih rješenja sa već dobijenim rezultatima iz ove oblasti.
- Uključivanje mladih istraživača u ozbiljan NIR.
- Nastavak i produblivanje međunarodne suradnje.

Metode istraživanja koje ćemo koristiti su:

- Teorijska analiza sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina.
- Numerička analiza i vizualizacija podataka.

Projekti tim

- Dr. Sc. Vedad Pašić, vanredni profesor - voditelj projekta
- Dr. Sc. Elvis Baraković, docent
- Ajša Hrustić, asistent
- Amir Gvozden, asistent

Hipoteze istraživanja

Glavni naš cilj i jeste da sljedeća četiri rezultata ispitamo i dokažemo:

Teorem

Postoji čisto aksijalni torzijski talas koji je rješenje Euler-Lagrangevog sistema jednačina polja (2)-(3) kada krivina ima svih 16 R^2 članova.

Teorem

Postoji čisto trag torzijski talas koji je rješenje Euler-Lagrangevog sistema jednačina polja (2)-(3) za Yang–Mills slučaj.

Teorem

Postoji čisto trag torzijski talas koji je rješenje Euler-Lagrangevog sistema jednačina polja (2)-(3) kada krivina ima 11 R^2 članova.

Teorem

Postoji čisto trag torzijski talas koji je rješenje Euler-Lagrangevog sistema jednačina polja (2)-(3) kada krivina ima svih 16 R^2 članova.

Dosadašnji relevantni rezultati

- A. Addazi, J. Alvarez-Muniz, R. Alves Batista, et al, “**Quantum gravity phenomenology at the dawn of the multi-messenger era — a review**”, Progress in Particle and Nuclear Physics, Volume 125, 103948, 2022
- E. Barakovic, V. Pasic, “**Analyzing the spectral (a)symmetry of the massless Dirac operator on the 3-torus**”, Operators and Matrices 14 (4), 815-835, 2020.
- L. Barack, V. Cardoso, S. Nissanke, T.P. Sotiriou, et al, “**Black holes, gravitational waves and fundamental physics: a roadmap**”, Classical and Quantum Gravity Volume 36, 14, 143001, 2019.
- V. Pasic, E. Barakovic, “**Axial Torsion Waves in Metric-affine Gravity**”, The Fourteenth Marcel Grossmann Meeting: pp. 1173-1178, 2017
- E. Barakovic, V. Pasic, “**Physical Interpretation of PP-waves With Axial Torsion**”, The Fourteenth Marcel Grossmann Meeting: pp. 1346-1350, 2017

- Vedad Pasic, Elvis Barakovic, “**Torsion Wave Solutions in Yang-Mielke Theory of Gravity**” , Advances in High Energy Physics 2015 (Article ID 239076), 7, 2015.
- Vedad Pasic, Elvis Barakovic, “**PP-waves With Torsion - a Metric-affine Model for the Massless Neutrino**”, General Relativity and Gravitation 46 (10), 1787 2014.
- Vedad Pasic, Elvis Barakovic, Nermin Okicic, “**A new representation of the field equations of quadratic metric-affine gravity**” , Advances in Mathematics: Scientific Journal 3, 1, 33-46, 2014.
- Vedad Pasic, “**New Vacuum Solutions for Quadratic Metric-Affine Gravity - a metric affine model for the massless neutrino?**” , Mathematica Balkanica New Series, Vol. 24, Fasc. 3-4, 329p-340p , 2010.
- Vedad Pasic, Dmitri Vassiliev, “**PP-waves with torsion and metric-affine gravity**” , Classical and Quantum Gravity 22, 3961-3975, 2005.

Očekivani rezultati

Dokazivanje glavnih rezultata koje smo iskazali u vidu četiri teorema, tj. konstrukcija novih rješenja u obliku torzijskih talasa Euler-Lagrangeovog sistema u Yang-Mills slučaju i slučajevima kada kvadratna forma ima 11 i 16 kvadratnih članova metrike, uz odgovarajući oblik torzije.

Očekujemo da ćemo uspjeti dati i fizikalnu interpretaciju novokonstruisanih torzijskih talasa.

Teorijski rezultati će biti od vrhunskog naučnog interesa.

Finalni rezultati

Očekujemo slijedeće finalne rezultate istraživanja:

- Odbrana magistarske disertacije (završnog rada na II ciklusu) Ajše Hrustić na temu analize Euler-Lagrangeovog sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina u teorijama gravitacije.
- Odbrana magistarske disertacije (završnog rada na II ciklusu) Amira Gvozdena na temu teorija gravitacije i relativnosti.
- Objavljivanje najmanje jednog naučnog rada u časopisu indeksiranom u relevantnoj naučnoj bazi CC/SCI/SCIE.